

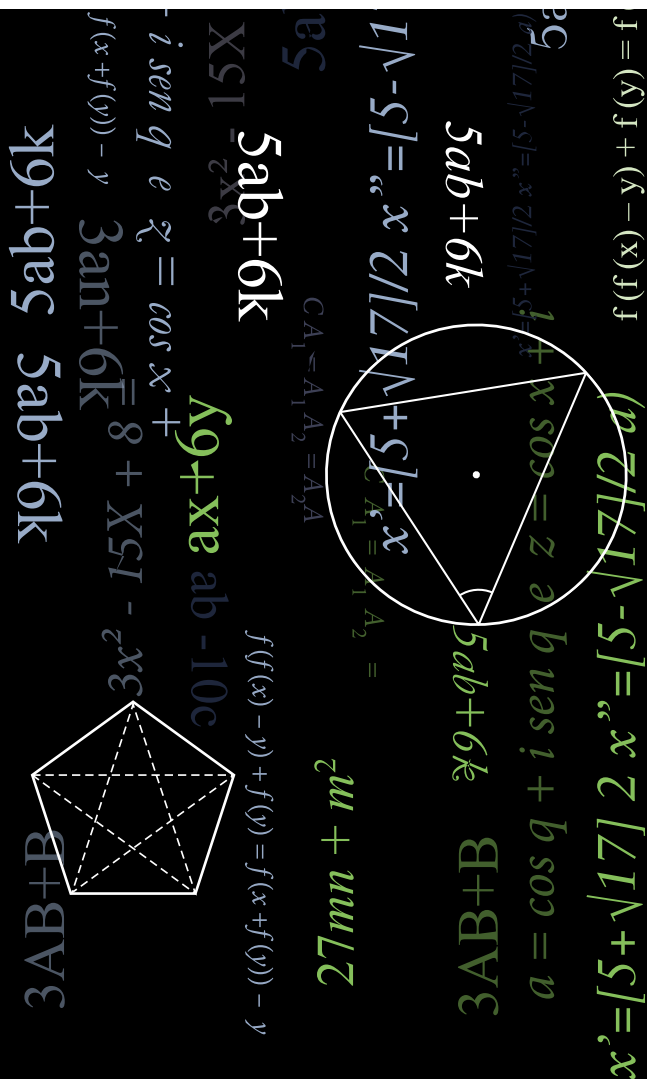


PROBLEMAS

RESPONSÁVEIS
CÍCERO MAGALHÃES,
EMILIANO CHAGAS
E RÉGIS BARBOSA

ENVIE SUAS SOLUÇÕES PARA RPM — PROBLEMAS
CONTATO: SBM_RPM@IMPA.BR
COM O ASSUNTO RPM 108 — PROBLEMAS

As soluções dos problemas 473, 474, 475 e 476
serão consideradas se enviadas até 30 de março de 2024.



473

Seja $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ uma sequência numérica satisfazendo

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}, n = 1, 2, 3, \dots$$

- Determine o valor de a_{20} .
- Determine o valor de $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2023}}$.

474

Seja $ABCD$ um quadrado inscrito em uma circunferência e um ponto X pertencente a essa circunferência. Se $XA \cdot XC = 56$ e $XB \cdot XD = 90$, qual é a área do quadrado $ABCD$?

475

Encontre o número de subconjuntos de $\{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ que possuem exatamente um par de números consecutivos. Por exemplo, $\{1, 2, 9\}$ e $\{2, 4, 5, 7, 10\}$ são dois desses subconjuntos.

476

(OBM/2023/nível 2) Um inteiro $n \geq 3$ é fabuloso quando existe um inteiro a com $2 \leq a \leq n-1$ para o qual $a^n - a$ é divisível por n . Encontre todos os inteiros fabulosos.