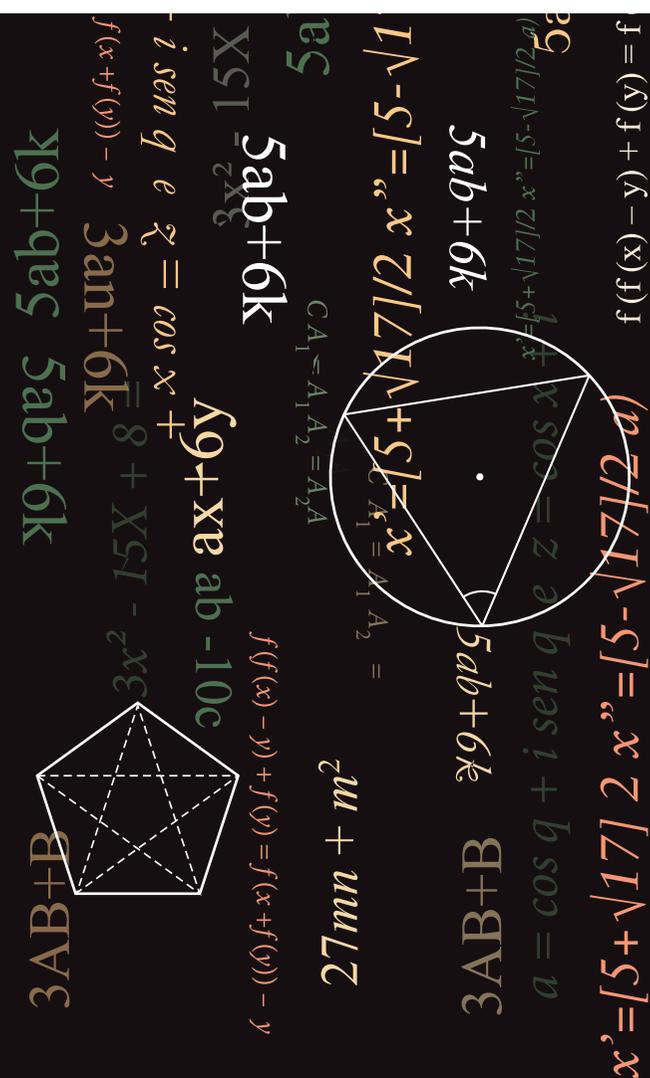


RESPONSÁVEIS  
CÍCERO MAGALHÃES,  
EMILIANO CHAGAS  
E RÉGIS BARBOSA

ENVIE SUAS SOLUÇÕES PARA RPM – PROBLEMAS  
CONTATO: SBM\_RPM@IMPA.BR  
COM O ASSUNTO RPM 107 – PROBLEMAS

As soluções dos problemas 468, 469, 470, 471 e 472  
serão consideradas se enviadas até 31 de agosto de 2023.

# PROBLEMAS



ERRATA – havia um erro no enunciado do problema 461, a expressão final deve-

ria ser  $\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| \leq \frac{1}{nq}$ . Por conta disso, deci-

dimos não publicar a solução e propor o problema novamente como problema 468.

### 468

Seja  $\alpha$  um número real e  $n$  um número inteiro, ambos positivos, mostre que existem inteiros positivos  $p$  e  $q$  de modo que

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| \leq \frac{1}{nq}$$

### 469

Seja  $S = \{2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{10}\}$ . Considere todas as diferenças positivas possíveis de pares de elementos de  $S$ . Seja  $n$  a soma de todas essas diferenças. Encontre o resto da divisão de  $N$  por 1000.

