PERIMETRIZ

Breno Sampaio

INTRODUÇÃO

O estudo dos triângulos, de maneira mais formal, normalmente começa por volta do 8º ano. Nessa etapa aprendemos muitas relações sobre eles, incluindo as principais cevianas: altura, mediana e bissetrizes (interna e externa). De fato, cada uma delas tem propriedades interessantes e formas simples de construção. Também aprendemos a importância do triângulo como uma figura base na geometria.

Vale observar que trabalhei bastante com as construções geométricas que, embora não façam mais parte do programa dos alunos, ainda considero extremamente relevante para um melhor entendimento das propriedades geométricas e, por isso, as ideias em [1] são ótimas para serem exploradas.

Neste trabalho apresento outra ceviana, que batizei de perimetriz. Encontrei alguns resultados interessantes e penso que é bom ter outra ceviana "bacana", não ficando apenas trabalhando com as tradicionais.

Neste artigo, o segmento de reta de extremidades A e B será representado por $\overline{AB}$, e seu comprimento em uma dada unidade será representado por AB. O triângulo base para todas as figuras terá vértices A, B e C, lados de comprimentos $BC = a$, $AC = b$ e $AB = c$ e perímetro igual a $a + b + c = 2p$.

A PERIMETRIZ

Definição: Chamaremos de perimetriz uma ceviana de um triângulo que o divide em dois novos triângulos de mesmo perímetro.

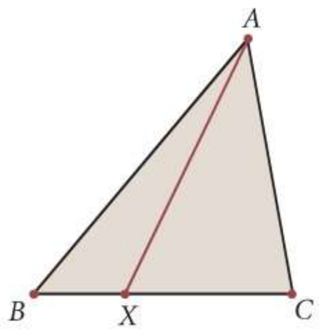

Figura 1: perimetriz $\overline{AX}$ no triângulo ABC.

Na figura 1, se $\overline{AX}$ é uma perimetriz ,então os triângulos ABX e ACX possuem mesmo perímetro, o que nos permite concluir que $AB+BX=AC+CX$.

Teorema 1

Seja ABC um triângulo e sejam $\overline{AX}$, $\overline{BY}$ e $\overline{CZ}$ suas perimetrizes. Então.,

$$\frac{BX+CY+AZ}{XC+YA+ZB}=1$$

Prova:

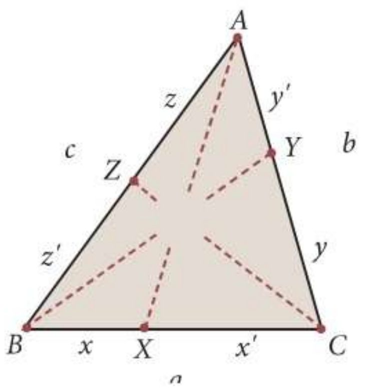

Figura 2: Representação das perímetrizes $\overline{AX}$, $\overline{BY}$ e $\overline{CZ}$ do triângulo ABC.

Representaremos os comprimentos dos segmentos por letras minúsculas para facilitar o entendimento. Observe, então, a figura 2.

Considerando cada uma das cevianas $\overline{AX}$, $\overline{BY}$ e $\overline{CZ}$,temos as relações:

$$c+x=b+x'$$
$$a+y=c+y'$$
$$b+z=a+x'$$

Somando as três relações obtemos:

$x+y+z=x'+y'+z'$, ou seja, .

$$\frac{x+y+z}{x'+y'+z'}=1$$

como queríamos demonstrar.

Fica ainda claro que $x+y+z=x'+y'+z'=p$, o semiperímetro do triângulo ABC. O próximo resultado mostra uma interessante propriedade.

Teorema 2

Sejam $\overline{AX}$, $\overline{BY}$ e $\overline{CZ}$ as perimetrizes do triângulo ABC. Então $AZ=XC$, $ZB+CY$ e $BX+YA$.

Prova:

LoAnteriormente, mos que $x+y+z=p$, mas a ceviana $\overline{BY}$ divide ao meio o perímetro do triângulo ABC e, portanto, observando a figura 2 temos que $x+x'+y=p$.

Logo $x'=z$ e, analogamente, $y'=x$ e $z'=y$.

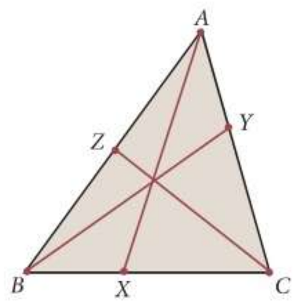

Figura 3: Representação do ponto de encontro das perimetrizes $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ e $\overline{CR}$ do triângulo ABC.