

CONSTRUÇÃO DO OCTAEDRO TRUNCADO E O PREENCHIMENTO DO ESPAÇO

Enoilma Simões P. C. Silva

Resumo: A oficina consiste na construção de octaedros regulares a partir da sua planificação, ou seja, através de um truncamento desse poliedro regular obter o poliedro semi-regular tetradecaedro. Com a finalidade de verificar a eficiência dos poliedros no preenchimento do espaço, deseja-se construir um número considerável de sólidos para analisar e tirar conclusões. O desenvolvimento dessa atividade possibilita a exploração dos conceitos de polígonos regulares e revestimento de piso, reconhecimento de poliedros e prismas, poliedros regulares, polígonos semi-regulares e economia no preenchimento de espaço, além de favorecer o estudo da nomenclatura dos sólidos, estabelecendo relações entre os nomes dos poliedros e o número de seus lados.

Palavras-chave: Octaedro truncado; Origami; Poliedros; Gestar.

INTRODUÇÃO

Durante algum tempo o ensino da matemática teve como preocupação principal a transmissão do conhecimento formal, pronto e acabado. Porém diante das mudanças sociais e tecnológicas essa concepção teve de ser reformulada, pois é função da escola oferecer um ensino de qualidade e contribuir para a formação do cidadão (ASSIS, 2009).

Ainda assim, muitos estudantes têm resistência em aprender matemática julgando a disciplina muito difícil, o que tem gerado certo desinteresse, baixo rendimento e algumas vezes até evasão escolar. Na Bahia, a Secretaria de educação tem colocado em prática inúmeros projetos com a proposta de reverter esse quadro, entre eles destaque o Programa de Gestão da Aprendizagem Escolar (Gestar).

A principal finalidade do Gestar é a formação continuada dos profissionais em educação municipal/estadual, objetivando a melhoria do processo de ensino-aprendizagem. Esse programa atende aos públicos da educação infantil (Gestar I) e do ensino fundamental (Gestar II), com enfoque nas disciplinas Língua Portuguesa e Matemática, fundamentado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. De acordo com Costa (2009), o Gestar tem buscado elevar as principais competências dos professores e alunos, visando o

aprimoramento das capacidades de compreensão e intervenção sobre a realidade sociocultural.

Na modalidade semipresencial, o Gestar fornece módulos de atividades teóricas e práticas (TP's) e oferece encontros quinzenais com oficinas coletivas, nas quais o professor tem a oportunidade de realizar algumas atividades das TP's e discutir a sua prática pedagógica em grupo, trocar experiências com outros colegas, compartilhar reflexões e estratégias, esclarecer dúvidas e questionamentos, elaborar outras situações didáticas para sala de aula e realizar uma análise crítica antes e depois de aplicadas com alunos. Para a realização dessas atividades, “o Programa conta com professores formadores que realizam o trabalho de mediadores qualificados para atuarem no Gestar II”. (COSTA, 2009, p. 66)

Apesar do suporte pedagógico que o Gestar oferece, grande parte do curso depende da dedicação do professor em estudar as TP's, fazendo uma cuidadosa leitura e análise de todo o seu conteúdo, realizando as atividades propostas e aplicando aquelas que forem possíveis com seus alunos, fazendo adaptações necessárias para que atenda a realidade do público com o qual trabalha.

Como professora da rede estadual de ensino, participei do Gestar II em 2006 e entre várias atividades interessantes que realizei com alunos irei descrever uma adaptação da construção de um octaedro truncado aplicando a técnica do origami.

O QUE É ORIGAMI?

Origami é uma arte milenar japonesa que consiste em dobrar papel. Segundo Assis (2009), é uma técnica que utiliza a geometria das dobraduras para construção de figuras.

[...] é uma palavra de origem japonesa, formada pela junção dos termos ori (dobrar) e kami (papel) e significa dobrar papel [...] Cada dobra realizada na construção de objetos por meio da técnica de origami passa por elementos geométricos diversos: formas poligonais, pontos, segmentos de reta, segmentos perpendiculares, segmentos paralelos, figuras semelhantes, ângulos entre outros; também é possível construir poliedros como, por exemplo, cubos, tetraedros, hexaedros, icosaedros, octaedros, dodecaedros e essas construções podem ser usadas para ensinar geometria. (ASSIS, 2009, p. 96)

Tendo em vista a variedade de elementos geométricos que podem ser explorados aplicando essa técnica, o origami pode também auxiliar o professor na elaboração de aulas mais atrativa, e tornar o conteúdo mais fácil para o estudante.

A ATIVIDADE DO OCTAEDRO TRUNCADO

A atividade da TP sugeria que construíssemos com os alunos um octaedro regular, a partir da sua planificação e verificar se esse sólido serve para preencher o espaço. Em seguida, medir as arestas de um octaedro montado, marcar um terço dessa medida a partir dos vértices e fazer traços horizontais ligando esses pontos, em todas as faces. Com uma tesoura, cortar em todos esses traços, retirando as “pontas”. Obtendo o octaedro truncado. E mais uma vez verificar se com esse novo sólido é possível preencher o espaço.

Os conceitos abordados nessa atividade são: polígonos regulares e revestimento de piso, reconhecimento de poliedros e prismas, poliedros regulares, polígonos semi-regulares e economia no preenchimento de espaço.

Os objetivos dessa atividade são que ao final dessas aulas os alunos sejam capazes de:

- Reconhecer polígonos regulares e analisar aqueles que são adequados para recobrir superfícies, identificando suas propriedades;
- Caracterizar poliedro regular e semi-regular;
- Estabelecer relações entre os nomes dos poliedros e o número de lados;
- Identificar poliedros regulares e semi-regulares adequados para o preenchimento de espaço.

A realização dessa atividade requer alguns conhecimentos prévios como poliedros semi-regulares e preenchimento do espaço. Uma abordagem interessante dessa teoria pode ser realizada aplicando a técnica do origami para auxiliar no desenvolvimento dos conceitos de poliedros (regulares e semi-regulares) e preenchimento do espaço.

Para isso são necessários os seguintes recursos: papel lustro, papel carmem, régua, lápis, tesoura, cola, estilete, fita adesiva e máquina fotográfica digital. Podemos distribuir essa atividade em 04 momentos, sendo utilizadas 08 horas/aulas. Inicialmente realiza-se uma abordagem teórica sobre poliedros, onde precisamos de 02 horas/aulas. Depois realizamos a construção de octaedros regulares aplicando a técnica do origami, utilizando mais 02 horas/aulas. Em seguida, construímos as planificações do octaedro e montamos

algumas peças em 02 horas/aulas. E finalmente, com mais 02 horas/aulas, truncamos os octaedros transformando-os em tetradecaedros para explorar a sua eficiência no preenchimento do espaço.

TETRADECAEDRO, POLIEDROS E PREENCHIMENTO DO ESPAÇO

A construção do octaedro truncado explora muitos conceitos de formas geométricas, por isso sugiro que se inicie realizando uma abordagem das formas presentes no cotidiano, e sobre o conceito de poliedros, explicando aos alunos como reconhecemos um poliedro e um prisma, mostrando para eles a diferença entre poliedros côncavos e convexos, comparando prismas retos e oblíquos, e aborde o conceito de polígonos e poliedros regulares, no revestimento de pisos e no preenchimento de espaços, respectivamente. O que pode ser facilitado com auxílio de peças feitas de origami (figura 1).



Figura 1 – Poliedros feitos de Origami

Além de explorar os poliedros regulares – os cinco poliedros de Platão: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro (figura 2) –, é possível ampliar a discussão sobre poliedros para conhecer alguns poliedros regulares côncavos, corpos curvos regulares, além dos poliedros semi-regulares.

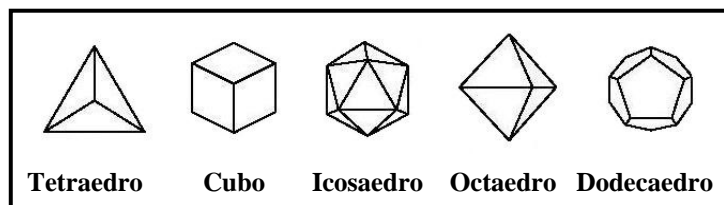


Figura 2 – Sólidos de Platão

Para compreender a importância sobre o preenchimento do espaço com poliedros, podemos utilizar alguns modelos de poliedros regulares (tetraedro e cubo) que também podem ser construídos de origami, para verificar qual deles economiza mais em área

externa. Facilmente pode-se constatar que, de fato, apenas o cubo atende a esses critérios, pois ao tentar juntar os tetraedros, ficam muitos buracos. O cubo é o único poliedro regular que serve para preencher o espaço, mas existem alguns poliedros semi-regulares que também servem para preencher o espaço.

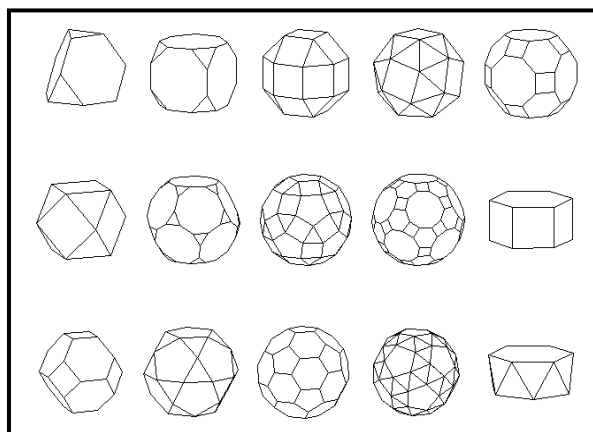


Figura 3 – Poliedros Semi-regulares. Fonte: ALSINA, 2000.

Os poliedros semi-regulares (figura 3) são chamados também de arquimedianos, por terem sido explorados primeiramente por Arquimedes. Alguns desses sólidos também são bastante eficientes no preenchimento do espaço com economia, por essa razão proponho o desafio de construir o octaedro truncado, para verificarmos a sua eficácia nessa tarefa de preencher o espaço. A seguir apresento poliedro que será obtido no truncamento do octaedro. O seu verdadeiro nome é Tetradecaedro (figura 4):

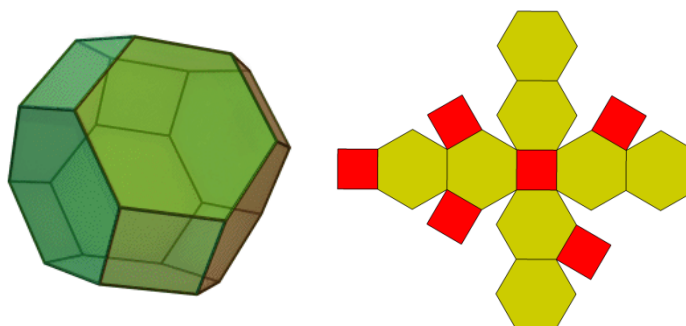


Figura 4 – Octaedro truncado (Tetradecaedro) e sua planificação.

Fonte: Wikipédia, a enciclopédia livre.

CONSTRUÇÃO DO OCTAEDRO DE ORIGAMI

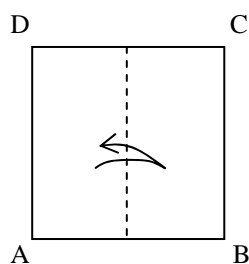
Nessa etapa da atividade, as dobraduras são fundamentais, não só para explorar a teoria sobre os poliedros, como também é essencial para o desenvolvimento da habilidade

de planificação do octaedro. Pois, para fazer o octaedro de origami utilizamos uma planificação que ajuda os alunos na produção de modelos de octaedro, com papel carmem e material de desenho, para a construção do tetradecaedro. Além disso, podemos aproveitar o trabalho com o origami para explorar outros conceitos importantes de geometria que podem auxiliá-los na compreensão da atividade.

O octaedro é composto por oito faces triangulares equiláteras, assim construímos primeiramente as faces do octaedro.

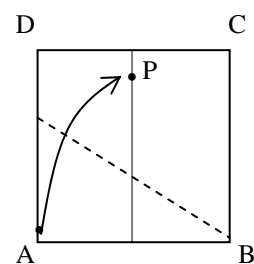
Para obter um triângulo de origami usamos uma folha de papel quadrada, geralmente utilizamos folha de papel lustre dividida em quadrados com medidas entre 15 e 20 cm de lado, como sugere Assis (2009) e seguimos um roteiro sugerido por Imenes (1996), que nos permite explorar várias outras formas geométricas, como segue:

1.



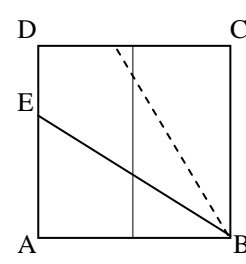
Dobre e desdobre, a folha quadrada, dividindo-a em dois retângulos congruentes, marcando o vinco.

2.



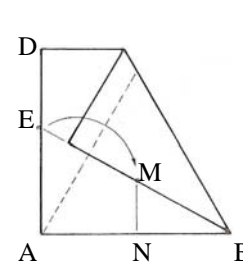
A 2ª etapa consiste em dividir o ângulo B em três partes iguais, para isso devemos dobrar a folha de modo que o ponto A encontre o ponto P e depois desdobre.

3.



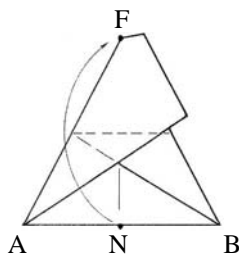
Agora dobre de modo que o lado BC caia sobre o segmento BE. Usando um transferidor, você verifica que o ângulo B foi dividido em três ângulos congruentes.

4.



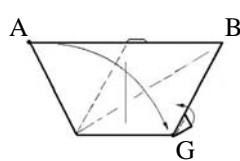
Note que formamos um trapézio retângulo. A intersecção entre os segmentos MN e BE, determinaram o ponto M. Então agora dobre de modo que o ponto E sobreponha o ponto M.

5.



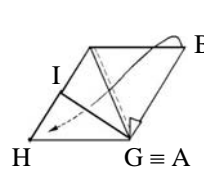
Obtemos um triângulo equilátero ABF. Dobre de modo que o ponto médio N do segmento AB sobreponha o ponto F.

6.



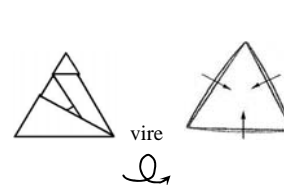
Formamos então, um trapézio isósceles. Dobre a pequena sobre de papel próxima do ponto G. E depois dobre de modo que o ponto A encontre o ponto G.

7.



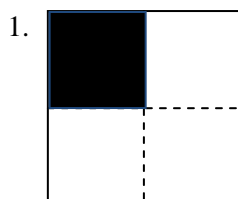
Observe que obtemos agora um paralelogramo. Dobre colocando o vértice B dentro da bolsa formada pelo triângulo GHI, encontrando o ponto H.

8.



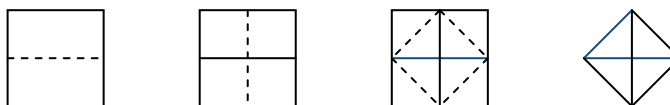
Assim formamos um triângulo equilátero, que será a peça utilizada na construção do octaedro. Note que o triângulo final obtido tem um bolso em cada dos três lados. Neles encaixamos as peças de conexão. Que funcionaram como se fossem as arestas do poliedro.

De acordo com Imenes (1996), para que essas peças sejam encaixadas umas nas outras, precisaremos de uma peça de conexão, que podem ser obtidas por meio dos seguintes passos:



Para as peças de conexão usaremos $\frac{1}{4}$ da folha de papel quadrada utilizada na construção das faces triangulares, assim divide a folha em quatro quadrados de mesmo tamanho e separe-os.

2.



Agora seguindo as instruções a seguir e observando a ilustração rapidamente as peças de conexão ficarão prontas.

1. Dobre a folha ao meio formando dois retângulos.
2. Dobre novamente, formando linhas perpendiculares. Determinando um ponto central.
3. Dobre de modo que os vértices se encontrem no ponto central.

Através da observação de um modelo pronto de octaedro (figura 5), pode-se verificar a quantidade de triângulos e de peças de conexão que são necessárias para confeccionar o octaedro regular, 8 faces e 12 arestas, no desenvolvimento da teoria podemos abordar a etnologia da palavra octaedro, *octa* – oito e *edro* – faces.

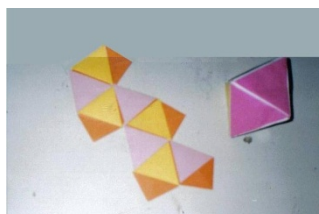


Figura 5 – Planificação do Octaedro e o poliedro montado.

CONSTRUÇÃO DO OCTAEDRO TRUNCADO (TETRADECAEDRO) E PREENCHIMENTO DO ESPAÇO

Nessa etapa, os alunos devem desenhar a planificação do octaedro em folhas de papel Carmen, a partir de um modelo pronto (figura 7), corta e montar vários octaedros para realizar o truncamento e obter o tetradecaedro.



Figura 7 – Planificação e montagem do octaedro

Concluída a confecção dos octaedros, com auxílio da régua e do lápis deve-se dividir as arestas em três partes e seccioná-las para a obtenção do octaedro truncado e preenchimento do espaço (figura 8).



Figuras 8 – Octaedros truncados construídos pelos estudantes

Em seguida abrimos espaço para discussão em grupos sobre a eficiência do tetradecaedro no preenchimento do espaço. Comparando com a eficiência de outros sólidos como o cubo e o tetraedro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa atividade é bastante produtiva, pois a manipulação de materiais didáticos proporciona ao aluno a produção de conceitos a partir das próprias conclusões. Através da dobradura é possível sistematizar melhor os conceitos de geometria plana e espacial presentes nessa atividade dando um significado mais apropriado aos conceitos produzidos pelos alunos.

Em experiências realizadas em sala de aula com alunos do 9º ano, no final da atividade solicitei um relatório da atividade, descrevendo o trabalho desenvolvido e relatando um pouco sobre o que eles aprenderam com essa atividade e maioria dos estudantes relatou que gostaram de fazer a atividade, pois aprenderam um pouco mais sobre geometria de forma divertida e prazerosa. Contudo, para algum desses estudantes, essa

atividade configurou mais do que uma forma hílare de aprender, serviu também como uma prova de que é possível vencer as dificuldades e abarcar conjecturas antes para eles insociáveis, compreendendo a beleza da matemática e algumas das suas funções em tarefas simples do cotidiano.

REFERÊNCIAS

ALSINA, C. **Poliedros semi-regulares**. Disponível em: <http://www.upc.es/ea-smi/personal/claudi/web3d/espanyol/poli_semireg.htm>. Acesso em: 09 nov.2007.

ASSIS, J. S; SILVA, E. S. P. C; LESSA, L. F. C. F. Geometria das Dobraduras: uma oficina para professores de matemática em formação inicial e continuada. IN: DINIZ, L. N; BORBA, M. C. **Grupo EMFoco: Diferentes olhares, múltiplos focos e autoformação continuada de educadores matemáticos**. Natal: Flecha do tempo; São Paulo: Livraria da Física, 2009. p. 93-110.

COSTA, S. C. S. GESTAR II: formação continuada de professores de matemática em serviço. IN: DINIZ, L. N; BORBA, M. C. **Grupo EMFoco: Diferentes olhares, múltiplos focos e autoformação continuada de educadores matemáticos**. Natal: Flecha do tempo; São Paulo: Livraria da Física, 2009. p. 63-78.

IMENES, L. M. **Geometria das dobraduras**. São Paulo: Scipione, 1996. (Coleção Vivendo a Matemática).