

## VALE A PENA LER DE NOVO

A GEOMETRIA E AS DISTÂNCIAS ASTRONÔMICAS NA GRÉCIA ANTIGA

Geraldo Ávila – Depto de Matemática, Universidade de Brasília Brasília – DF

Estamos retomando a seção “Vale a pena ler de novo” que surgiu na RPM 74 e é voltada para apresentar novamente artigos interessantes que já apareceram na RPM. Essa seção tem como objetivo homenagear os autores desses artigos que fizeram parte da história da RPM e divulgar mais amplamente esses textos. O Comitê Editorial da RPM acredita que eles continuam sendo muito relevantes para o professor de Matemática. Vale lembrar que muitos deles estão disponíveis gratuitamente no site da RPM (<https://rpm.org.br/>). Nesta edição trazemos o texto *A Geometria e as Distâncias astronômicas na Grécia antiga*, do professor Geraldo Ávila que foi publicado na RPM 1.

Os tamanhos do Sol e da Lua e as distâncias desses astros até a Terra já eram calculados na antiguidade, séculos antes de Cristo; mas poucas pessoas sabem como eram feitos esses cálculos. Eles se baseiam em ideias que são muito simples e geniais ao mesmo tempo e que estão intimamente ligadas a noções fundamentais de Geometria, como semelhança de triângulo e proporcionalidade, servindo, pois, como excelente motivação ao estudo dessa disciplina. Por isto mesmo essas questões devem ser divulgadas, já que elas ainda não aparecem nos livros de 1º e 2º graus.

### QUAL O MAIS DISTANTE: O SOL OU A LUA?

Para constatar que o Sol está mais distante da Terra que a Lua, basta observar atentamente as várias fases da Lua. Se ela estivesse mais longe de nós que o Sol, então, por simples análise de suas várias posições

relativamente ao Sol e à Terra (a Fig. 1 ilustra quatro dessas posições), concluímos que ela estaria sempre iluminada pelo Sol quando vista da Terra. Em particular, não haveria lua nova! E haveria duas posições da Lua, em 1 e em 3, onde ela seria lua cheia, esta última em pleno meio-dia, o que nunca acontece realmente. A hipótese contrária, de que o Sol está mais distante da Terra que a Lua, é a única compatível com as várias fases da Lua, em particular com a ocorrência de luas novas. Outro fato a corroborar esta hipótese é a ocorrência de eclipses do Sol, que só são possíveis com a Lua mais próxima da Terra que o Sol.

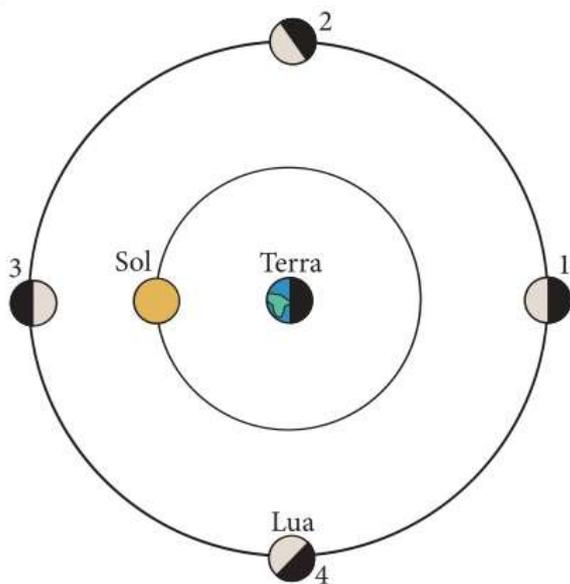


Figura 1.

### QUÃO MAIS DISTANTE? A IDEIA DE ARISTARCO

Para descobrir quão mais distante a Lua se encontra do Sol, devemos aprofundar um pouco mais nossa observação do ciclo lunar. O que vamos descrever agora é o método que o sábio grego Aristarco de Samos (séc. III a.C.), da escola de Alexandria, usou para comparar as distâncias da Terra à Lua e da Terra ao Sol.

Existem duas posições da Lua em sua órbita, o “quarto crescente” e o “quarto minguante”, quando o disco lunar apresenta-se, para um observador terrestre, com metade iluminada e outra metade escura (Fig. 2). Quando isso acontece, o triângulo Terra-Lua-Sol é retângulo, com ângulo reto no vértice ocupado pela Lua. Qualquer pessoa pode fazer uma observação simples e notar que, nessa configuração, o ângulo  $\alpha = \widehat{LTS}$  (Fig. 3) é muito próximo de  $90^\circ$ , indício de que o Sol está efetivamente muito mais longe da Terra que a Lua. Esse fato é facilmente notado ao nascer e ao pôr do Sol, evidentemente com a Lua em quarto crescente ou quarto minguante (meia-lua), como ilustra a figura 3. Aristarco teria medido esse ângulo  $\alpha$ , encontrando para ele o valor de  $87^\circ$ . Então, o ângulo  $\beta = \widehat{LST}$  seria  $3^\circ$ . Basta agora construir um triângulo retângulo com esses ângulos e verificar o valor da razão  $TS/TL$ , que é a mesma para todos os triângulos a ele semelhantes. Aristarco verificou que essa razão estava compreendida entre 18 e 20, de sorte que a distância da Terra ao Sol cerca de vinte vezes a distância da Terra à Lua.

Voltemos a considerar o problema de medir o ângulo  $\alpha$  (Fig. 2). Na verdade é mais fácil calcular esse ângulo do que medi-lo diretamente. Basta observar o tempo gasto pela Lua para completar uma volta em torno da Terra e o tempo de passagem de minguante a crescente; com estes dados uma proporção simples resolve o problema. O ciclo lunar dura 29,5 dias e, ao que tudo indica, Aristarco teria observado que a passagem de minguante a crescente durava 14,25 dias, um dia menos que a passagem de crescente a minguante. Admitindo uma velocidade uniforme da Lua em sua órbita, os ângulos descritos pelo seu raio vetor são proporcionais aos tempos gastos nos deslocamentos correspondentes. Então, com referência à figura 2, podemos escrever

$$\frac{360^\circ}{29,5} = \frac{2\alpha}{14,25},$$

