



UMA EQUAÇÃO EXPONENCIAL

JOSÉ PAULO Q. CARNEIRO

Passeando outro dia pelo Youtube, deparei-me com um professor de Matemática que estava explicando como resolver a equação exponencial:

$$x^{x^5} = 100$$

Após executar alguns algebrismos corretos, o professor chega à equação equivalente:

$$(x^5)^{x^5} = 10^{10}$$

A partir daí, o professor acrescenta:

Nós temos agora no primeiro membro a base igual ao expoente e no segundo membro a base também é igual ao expoente. Então podemos fazer a comparação. Você pode comparar base com base ou expoente com expoente. Vai dar a mesma coisa. Então eu posso dizer o seguinte: que $x^5 = 10$.

E aí conclui que: $x = \sqrt[5]{10}$.

E esta aqui é a solução da nossa equação exponencial.

Por trás desta “comparação”, está a convicção de que, para números reais, $a^a = b^b$ só pode acontecer quando $a = b$. Só que isto não é verdade. Apenas para dar um exemplo bem simples: $(1/4)^{(1/4)} = (1/2)^{(1/2)}$ (confira!). Um contraexemplo já bastaria, mas como vamos ver mais adiante, existe uma infinidade de exemplos semelhantes a este.