seção

PROBLEMAS

RESPONSÁVEIS

ÉLIO MEGA

EMILIANO CHAGAS

REGIS BARBOSA

ENVIE SUAS SOLUÇÕES PARA RPM — PROBLEMAS

CONTATO: RPM@SBM.ORG.BR

COM O ASSUNTO RPM 105 — PROBLEMAS

As soluções dos problemas 460 a 463 serão consideradas se enviadas por e-mail até 31 de agosto de 2022. Consideraremos apenas as soluções enviadas por e-mail.

460

Seja $f_n(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + \ldots + (x-n)^2$ para n inteiro estritamente positivo e x real qualquer. Representamos por M_n o valor mínimo da função f_n.

a) Calcule M_n em função de n.

b) Determine o inteiro n para o qual $|M_n - 2022|$ é mínimo.

461

Sejam α um número real e n um número inteiro, ambos estritamente positivos. Mostre que existem dois números inteiros estritamente positivos p e q de modo que $\left|\alpha - \frac{p}{q}\right| \leq \frac{1}{np}$.

462

Seja $f(x) = 3x^2 + 1$. Prove que para qualquer inteiro positivo n o produto $f(1) \cdot f(2) \cdot \ldots \cdot f(n)$ tem no máximo n divisores primos distintos.