

PAINÉIS

PAINEL I

DESIGUALDADES GEOMÉTRICAS

Francisco Odecio Sales

O estudo das desigualdades geométricas remonta temporalmente aos primórdios da própria geometria. O livro I de *Os Elementos*, atribuído a Euclides de Alexandria, apresenta uma vasta gama de resultados acerca de desigualdades entre lados e ângulos de um triângulo, com destaque à Proposição XX, enunciada como: “a soma de dois lados é maior do que o terceiro” que, observada como um teorema, se faz basilar para tantas outras de igual força e relevância nos estudos de polígonos planos.

A DESIGUALDADE DE ERDÖS-MORDELL

Proposição 2.3: Seja ABC um triângulo qualquer, de lados medindo a , b e c , e M um ponto interior, tal que $x = AM$, $y = BM$ e $z = CM$. Então, sendo p , q e r , respectivamente, as distâncias de M até os lados BC , AC e AB , então vale a seguinte desigualdade: $x + y + z \geq 2(p + q + r)$.

Demonstração:

Na Figura 1, h_a denota a distância de A até BC . Temos a área $S = \frac{a \cdot h_a}{2}$. Como S pode ser obtida como soma das áreas de BMC , AMC e AMB , segue que $a \cdot h_a = 2S = ap + bq + cr$.

