COMPROVAÇÕES GEOMÉTRICAS DE QUE RAIZ DE 2 É IRRACIONAL

Rui Lima – Recife (PE)

Mostrar a irracionalidade de $\sqrt{2}$ é algo ausente nos livros de matemática da educação básica e raramente é apresentada a clássica demonstração por redução ao absurdo, atribuída a Aristóteles (348-322 a.C.), presente no *Livro X dos Elementos* de Euclides (330 - 277 a.C.), que se utiliza de teoremas sobre a paridade de números inteiros. Mas os números irracionais têm fortes ligações com a geometria e existem comprovações da irracionalidade de $\sqrt{2}$ usando fatos geométricos. Veremos, a seguir, algumas dessas demonstrações.

DEMONSTRAÇÕES DA IRRACIONALIDADE DE RAIZ DE 2, POR REDUÇÃO AO ABSURDO

Para todas as demonstrações que serão apresentadas suponha que $\sqrt{2}$ é racional, ou seja, existem inteiros p e q, $q \neq 0$, $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, na forma irredutível, ou seja, p e q sem fator comum.

1. Demonstração de Aristóteles (300 a.C.)

Se $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, então $p^2 = 2 \cdot q^2$, p^2 é par, múltiplo de 2, e, consequentemente, p também é par, porque se fosse ímpar o seu quadrado seria ímpar, ou seja, $p = 2 \cdot k$, com k inteiro. Substituindo $p = 2 \cdot k$ em $p^2 = 2 \cdot q^2$, obtemos $(2k)^2 = 2 \cdot q^2 \Rightarrow q^2 = 2 \cdot k^2$, ou seja, q é par também o que é um absurdo, pois a fração $\frac{p}{q}$ está na forma irredutível e dois números pares têm 2 como fator comum. Assim, $\sqrt{2}$ não é racional.