



OCORRÊNCIA DE CARAS CONSECUTIVAS EM ARREMESSOS DE UMA MOEDA

RENATO GAVA – UFSCAR

Considere o experimento em que uma mesma moeda justa é lançada sucessivamente e a face voltada para cima é anotada. Denote por H o resultado de cada lançamento que der cara e por T o que der coroa. Forme uma palavra apenas com H ou com T, por exemplo, HHHHH. Quantas vezes, em média, temos de arremessar uma mesma moeda até que a palavra HHHHH apareça? Por exemplo, as sequências

T H T H H H H H e T T H T T H H H H H

correspondem a 8 e 10 arremessos, respectivamente, até que HHHHH ocorra pela primeira vez. Dizemos, portanto, que o número de arremessos até que esse evento ocorra, ou, em outras palavras, que o tempo de espera é uma variável aleatória que assume os valores 5, 6, ... etc. Isto é, uma função do experimento cujo valor é imprevisível antes de sua realização. Tal exemplo sugere ainda uma outra pergunta: será que o tempo de espera até que HHHHH ocorra é infinito?

Nesta nota, mostraremos duas maneiras de calcular o valor esperado do número de arremessos para uma palavra formada apenas com H, qualquer que seja o tamanho dela. Vale destacar que o valor esperado é a média ponderada dos valores usando como pesos as probabilidades de que esses valores ocorram.

Para ilustrar nossa técnica de resolução, consideremos uma palavra mais curta: HH. É possível escrever uma equação do tempo de espera em função dos dois primeiros resultados, pois:

- (a) ou o primeiro lançamento dá T e o experimento tem de ser reiniciado;
- (b) ou os dois primeiros lançamentos dão HT e o experimento tem de ser reiniciado;
- (c) ou os dois primeiros lançamentos resultam HH e o experimento acaba.

