

## **Geometria Espacial: o problema de acondicionamento de lápis em caixa de madeira**

Gilson Bispo de Jesus

Leandro do Nascimento Diniz

UFRB / Grupo EMFoco

As atividades que serão apresentadas são destinadas aos alunos do Ensino Médio e sua proposta é a de trabalhar com conceitos da Geometria Espacial. Serão propostas situações-problema nas quais o objetivo é a busca de soluções melhores (problemas de otimização), ou seja, o sujeito encontrará diferentes respostas e deverá investigar, entre elas, qual é a solução “ótima”. O menor custo, a maior área, o melhor aproveitamento de material, dentre outros aspectos serão abordados. O tema que será discutido nas situações será o acondicionamento de lápis em caixas de madeira, propondo reflexões sobre o formato do lápis e o da embalagem. Ao final, será realizada uma discussão didática das situações trabalhadas, dando ênfase à visualização, representação e investigação, dentre outros.

As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio de Matemática [1] recomendam a utilização de atividades de natureza investigativa. Segundo Ponte et al. [3], o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino e aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, ou seja, o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor.

Uma atividade de investigação matemática possui três fases: **introdução da tarefa, realização da investigação e discussão dos resultados**. Exemplificaremos cada uma dessas fases por meio de

situações-problema que envolvem o acondicionamento de lápis em uma caixa de madeira.

A **introdução da tarefa** é considerada uma fase curta, porém crítica. Segundo Ponte et al. [3], o professor tem de garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que se espera no discurso da atividade (produto final).

**Situação-problema 1:** Uma caixa de madeira tem o formato de um bloco retangular, de medidas internas 17 cm x 2,3 cm x 6 cm. Nela, o fabricante acomoda lápis, de formato cilíndrico com 0,8 cm de diâmetro da base e 17 cm de comprimento. Qual é o número máximo de lápis que cabem nessa caixa?

O professor realiza o convite para os alunos investigarem a situação dada. Ele deve analisar se os alunos compreenderam a questão e o significado de termos como cilindro e bloco retangular.

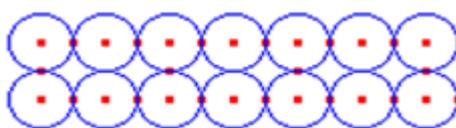
Na fase de **realização da investigação**, o professor deverá favorecer que os alunos vivenciem:

- A exploração e a formulação de questões;
- A formulação de conjecturas<sup>1</sup>;
- O teste das conjecturas formuladas;
- A justificativa matemática das conjecturas.

Uma possível tentativa de solução (conjectura) seria calcular o volume da caixa, calcular o volume do lápis e efetuar a divisão, contudo sabemos que não estaremos considerando o espaço existente entre os lápis no acondicionamento. O professor questionaria os alunos a esse respeito que ao continuar a investigação, poderia apresentar, como outra tentativa de solução (conjectura), o empilhamento dos lápis, como na figura 1.

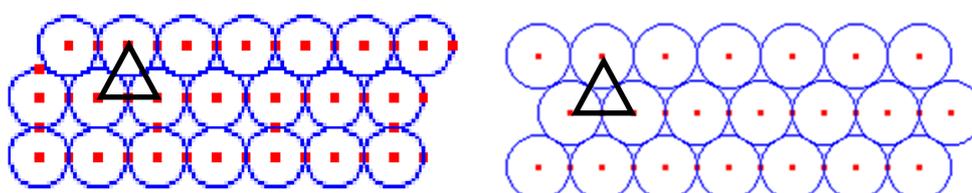
---

<sup>1</sup> Segundo Diniz [2], as conjecturas são as hipóteses levantadas pelos alunos após algum questionamento levantado pelo professor ou dele ter percebido algo que lhe chamou a atenção, como por exemplo, algum tipo de regularidade.



**Figura 1: lápis empilhados I**

Outras tentativas de solução (conjecturas) seriam acomodar os lápis conforme apresentado na figura 2.



**Figura 2: lápis empilhados II**

As conjecturas apresentadas seriam testadas e verificadas matematicamente se atendem às exigências da situação-problema. Ocorrendo o debate sobre qual a conjectura seria a solução.

Alguns aspectos podem ser destacados, como o cálculo a ser realizado para comprovar que a disposição dos lápis, apresentados na figura 2, atende à situação-problema. Neste caso, é necessário perceber que ao unir os centros de algumas circunferências, teríamos um triângulo equilátero, conforme representados na figura 2, além de realizar o cálculo da altura.

Caso o professor perceba que os alunos estão tendo dificuldades em visualizar o acondicionamento dos lápis na caixa de madeira, ele pode disponibilizar material concreto (modelos de círculos e retângulos semelhantes) para facilitar o manuseio e a visualização.

Por fim, na fase de **discussão dos resultados**, ocorre a sistematização das idéias principais, o aprofundamento teórico das conjecturas verdadeiras e refutação das falsas e a reflexão sobre o trabalho desenvolvido. O professor pode propor uma discussão coletiva sobre as diferentes tentativas de soluções encontradas, possibilitando que cada grupo defenda e justifique matematicamente suas conjecturas.

A introdução da idéia de prova matemática pode ser feita gradualmente. Numa fase inicial, com os alunos mais novos, procura-se

uma justificativa aceitável, que se baseie num raciocínio plausível e nos conhecimentos que os alunos possuem, segundo Ponte et al. [3].

A atividade será prosseguida com outras investigações matemáticas que contemplem as fases supracitadas, modificando-se os formatos dos lápis e mantendo a formato da caixa.

### **Problemas**

1) O fabricante pode produzir lápis no formato de um prisma reto de 17 cm de altura, tendo por base um hexágono regular de lado 0,4 cm. Ele quer saber se, com este novo formato de lápis e com a mesma caixa da situação-problema 1, a quantidade de lápis por caixa é alterada. Que resposta você daria a ele?

2) O fabricante pode produzir ainda lápis no formato de um prisma reto de 17 cm de altura, tendo por base um triângulo regular inscritível numa circunferência de raio 0,4 cm. Ele quer saber se, com este novo formato de lápis e com a mesma caixa da situação-problema 1, a quantidade de lápis por caixa é alterada. Que resposta você daria a ele?

3) Para fabricação de caixas, o material utilizado, seja ele madeira, papelão, metal, é vendido em placas e o custo depende da área total da caixa. Quanto o fabricante gasta de madeira, em  $\text{cm}^2$ , na fabricação da caixa de lápis da situação-problema 1?

4) Comparando os três formatos de lápis (cilíndrico, de base hexagonal e de base triangular), o fabricante quer saber em qual deles a quantidade de tinta utilizada para pintar a lateral dos lápis será menor.

Vale destacar o papel fundamental do professor numa aula de investigação matemática. Cabe a ele desafiar o aluno, avaliar seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho dele. Além disso, deve planejar a atividade, explorando-a antecipadamente e fazendo previsões de como o trabalho acontecerá na sala de aula. Na situação-problema apresentada, percebemos a importância da escolha

das dimensões da caixa e dos lápis, pois são elas que favoreceram as várias possibilidades de exploração. Pontuamos, também, que a altura do lápis coincidir com uma das dimensões da caixa, condicionou que a situação-problema e os problemas fossem resolvidos tendo como foco a Geometria Euclidiana Plana.

## **Referências**

- [1] BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2006. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf). Acesso em: 28 abr. 2011.
- [2] DINIZ, L. N. **As influências das Tecnologias Informáticas nas discussões matemáticas dos alunos**. 2003. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Centro de Extensão e Pesquisa, Universidade Católica do Salvador, Salvador, 2003.
- [3] PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.