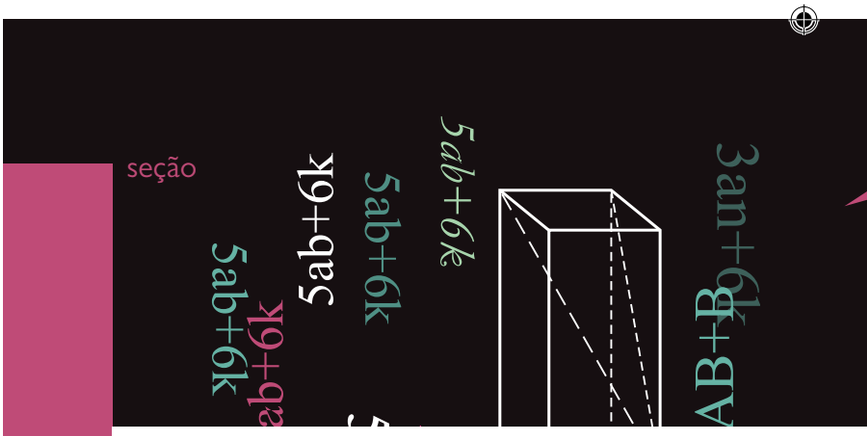

PROBLEMAS

RESPONSÁVEIS
ÉLVIA MUREB SALLUM E
ÉLIO MEGA
ENVIE SUAS SOLUÇÕES PARA RPM — PROBLEMAS
IME/USP — CIDADE UNIVERSITÁRIA
RUA DO MATÃO, 1010, BLOCO B, SALA 105
05508-090 — SÃO PAULO, SP

As soluções dos problemas 428 a 431 serão corrigidas apenas se enviadas até 28 de fevereiro de 2019.

428

Seja f uma função polinomial de grau 3 com coeficientes racionais. Sendo o gráfico da função f tangente ao eixo das abscissas, demonstre que f tem somente raízes racionais.

429

Seja f uma função definida no intervalo [0, 1], não decrescente nesse intervalo e tal que, para todo x em [0, 1], tem-se:

i) $f(0) = 0$

ii) $f\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{f(x)}{2}$

iii) $f(1-x) = 1 - f(x)$

Calcule $f\left(\frac{18}{2018}\right)$.