



PAINEL III

ERROS NA RESOLUÇÃO DE DESIGUALDADES

Marcílio Miranda - UNINOVAFAPÍ, PI

O objetivo deste texto é mostrar erros comuns cometidos por alunos na hora de resolver uma desigualdade e que raramente são abordados ou explicados em nossos livros didáticos de Matemática. A ideia do texto surgiu da minha experiência em sala de aula e vou, através de exemplos, ilustrar os erros, explicar sua causa e mostrar a solução correta.

Exemplo 1

Resolva, no conjunto dos números reais, a desigualdade $\frac{5}{x-3} < 6$.

Solução errada

Imitando os procedimentos utilizados na resolução de equações, os alunos, usando mmc, ou multiplicando “meios por extremos”, isto é, “em cruz”, fazem o equivalente a multiplicar ambos os membros da inequação por $(x-3)$ e escrevem:

$$\frac{5}{x-3} < 6 \Leftrightarrow 5 < 6x - 18 \Leftrightarrow \frac{23}{6} < x \Leftrightarrow x > \frac{23}{6}.$$

Solução correta

$$\begin{aligned} \frac{5}{x-3} < 6 &\Leftrightarrow \frac{5}{x-3} - 6 < 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{5 - 6(x-3)}{x-3} < 0 \Leftrightarrow \frac{-6x + 23}{x-3} < 0. \end{aligned}$$

Na tabela a seguir, fazemos o estudo do sinal da última fração obtida:

	3	23/6	
$-6x + 23$	+	+	-
$x - 3$	-	+	+
$(-6x + 23)/(x - 3)$	-	+	-

Obtemos, então, o conjunto solução correto,

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x < 3 \text{ ou } x > \frac{23}{6}\}.$$

Observe que a solução “ $x < 3$ ” não apareceu na solução errada. Isso aconteceu porque os procedimentos feitos na solução errada são válidos apenas se $x > 3$, isto é, se $x - 3 > 0$. Se $x < 3$, $x - 3 < 0$ e, ao multiplicar ambos os membros da inequação inicial pelo número negativo $x - 3$, ela se transforma em $5 > 6x - 18$, fato esse ignorado na solução errada.

Em resumo,

$$\frac{5}{x-3} < 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \text{ e } 5 < 6(x-3) \Leftrightarrow x > \frac{23}{6} \\ x-3 < 0 \text{ e } 5 > 6(x-3) \Leftrightarrow x < 3 \end{cases}.$$

E isso fornece o conjunto solução S acima.

Exemplo 2

Resolva, no conjunto dos números reais, a desigualdade $\frac{5}{x-3} < \frac{3}{x-2}$.

