

Na segunda fase do vestibular da Fuvest de 2016 apareceu na prova de Matemática uma interessante questão que envolvia probabilidades e poliedros. Vamos ver a questão, sua solução e, como temos feito nos últimos números da Revista, que outras questões interessantes podem ser imaginadas a partir da situação apresentada.

Questão 3 (Prova da Fuvest 2016)

João e Maria jogam dados em uma mesa. São cinco dados em forma de poliedros regulares: um tetraedro, um cubo, octaedro, dodecaedro e um icosaedro. As faces são numeradas de 1 a 4 no tetraedro, de 1 a 6 no cubo etc. Os dados são honestos, ou seja, para cada um deles, a probabilidade de qualquer uma das faces ficar em contato com a mesa, após o repouso do dado, é a mesma.



RESPONSÁVEIS

EDUARDO WAGNER
E JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO.
ENVIE SUAS SUGESTÕES DE PROBLEMAS PARA RPM
— QUESTÕES COM QUESTÕES
IME/USP — CIDADE UNIVERSITÁRIA
RUA DO MATÃO, 1010, BLOCO B, SALA 105
05508-090— SÃO PAULO, SP
OU PARA RPM@SBM.ORG.BR





Num primeiro jogo, Maria sorteia, ao acaso, um dos cinco dados; João o lança e verifica o número da face que ficou em contato com a mesa.

- a) Qual é a probabilidade de que esse número seja maior que 12?
- b) Qual é a probabilidade de que esse número seja menor que 5?

Num segundo jogo, João sorteia, ao acaso, dois dos cinco dados; Maria os lança e anota o valor da soma dos números das duas faces que ficaram em contato com a mesa, após o repouso dos dados.

c) Qual é a probabilidade de que esse valor seja maior que 30?

Dados:

Poliedros regulares	
Tetraedro	4 faces
Cubo	6 faces
Octaedro	8 faces
Dodecaedro	12 faces
Icosaedro	20 faces

A Figura 1 mostra os conhecidos dados de RPG (Role-Playing Game), que são exatamente os cinco poliedros regulares convexos que existem. Devemos observar, entretanto, que num dado comum costumamos ver o número sorteado na face voltada para cima. Agora, porém, devido ao tetraedro, convencionamos que o número sorteado será o da face em contato com a mesa, qualquer que seja o dado.

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

a) Para que um número maior que 12 possa permanecer em contato com a mesa, o icosaedro deve ser o poliedro sorteado, o que ocorre com probabilidade igual a $\frac{1}{5}$, já que Maria sorteia ao acaso um dos cinco dados. Uma vez que o icosaedro foi sorteado, há 8 números maiores do que 12 em suas faces: 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20. Portanto, a probabilidade que o número em contato com a mesa seja um desses é $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

Assim a probabilidade de que o número em contato com a mesa seja maior que 12 é igual a $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$, equivalente a 8%.

b) A probabilidade de que cada poliedro seja sorteado é $\frac{1}{5}$. Segue, então, que a probabilidade de que o número em contato com a mesa seja menor que 5 é:

- no tetraedro, $\frac{1}{5}$ ·1;
- no cubo, $\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{6}$;