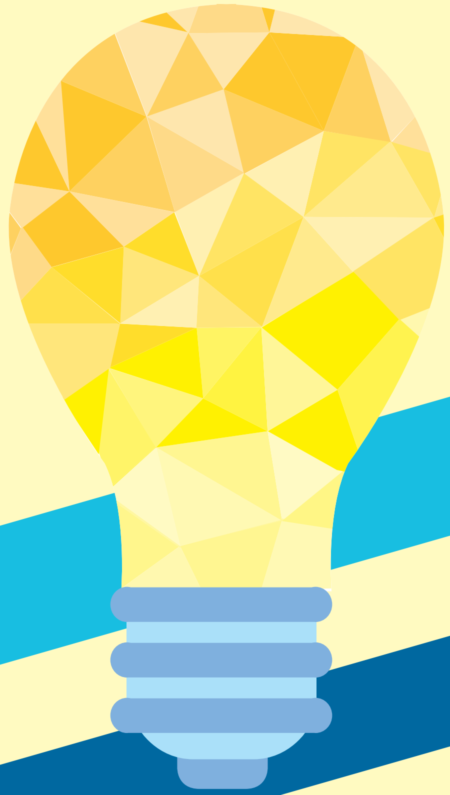


QUESTÕES COM QUESTÕES

RESPONSÁVEIS
EDUARDO WAGNER
E JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO.

ENVIE SUAS SUGESTÕES DE PROBLEMAS PARA RPM
– QUESTÕES COM QUESTÕES
IME/USP – CIDADE UNIVERSITÁRIA
RUA DO MATÃO, 1010, BLOCO B, SALA 105
05508-090– SÃO PAULO, SP
OU PARA RPM@SBM.ORG.BR

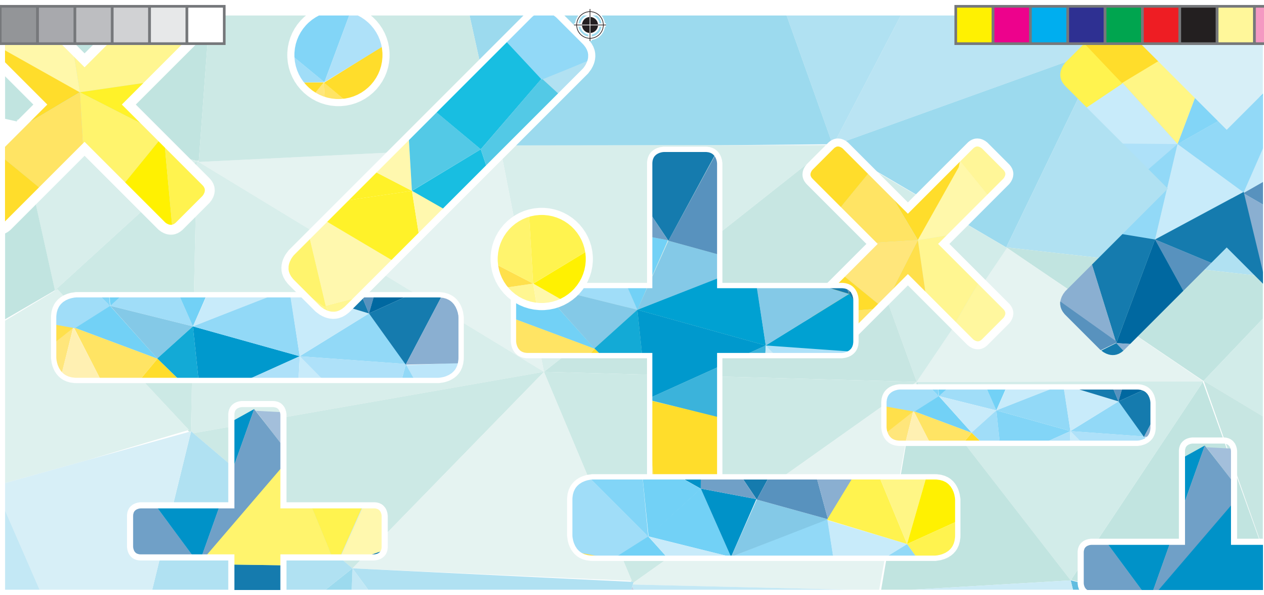
Neste número da RPM a Seção QcomQ será um pouco diferente. Ela vai tratar de uma questão de um concurso vestibular de uma universidade federal, onde muitos dos alunos que a responderam usaram dois caminhos diferentes chegando a respostas bem diferentes. É possível isso?

Neste QcomQ, as duas soluções apresentadas pelos alunos serão analisadas em busca de argumentos que as sustentem ou refutem.

Para acompanhar esse trabalho de detetive publicamos integralmente a carta que recebemos do professor Jamil Ferreira (UFOP -MG) que mostra o problema, suas preocupações, suas reflexões, a história do problema, e suas pertinentes e adequadas análises. No final, os responsáveis por esta seção da RPM vão também opinar para tentar deixar ainda mais claro o que aconteceu.

PASSAMOS ENTÃO A PALAVRA AO PROFESSOR JAMIL:

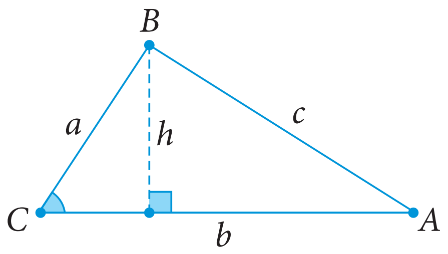
No segundo vestibular de 2008, da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), consta, na prova para o grupo 1, a questão de matemática a seguir, cujo segundo item tirou algumas horas de sono deste que está a escrever, que era, na ocasião, coordenador da



área de matemática do referido vestibular. A ideia de publicação dessa discussão deu-se apenas agora, bem depois da realização da prova, motivada por esta oportuna seção da RPM, para a qual atentei recentemente, e por um trabalho de organização de material didático de matemática básica. Vamos, então, à questão exatamente como enunciada na prova e à sua discussão.

Questão (UFOP 2008)

Na figura abaixo, h representa a altura relativa ao lado AC do triângulo ABC, a e b são as medidas dos lados BC e AC, respectivamente, e α é a medida do ângulo ACB.



1. Mostre que a área do triângulo ABC é igual a $\frac{ab}{2}\operatorname{sen}\alpha$.

2. Se o perímetro do triângulo é 40cm, $\alpha = 30°$ e 10cm, quais devem ser as medidas de a e b de modo que a área do triângulo ABC seja a maior possível? Qual é essa área?

Na discussão a seguir, para simplificação da notação, omitiremos as unidades de medida envolvidas (cm para comprimentos e cm^2 para áreas).

O item 1 pede uma demonstração simples, geralmente apresentada nos livros do ensino fundamental, que exige conhecimentos básicos de geometria, a saber, a fórmula da área de um triângulo e trigonometria no triângulo retângulo. Mais adiante, faremos um comentário sobre esse tipo de questão. Para o item 2, a maioria dos candidatos que apresentaram resolução, o fizeram segundo o raciocínio desenvolvido na solução 1 a seguir. Seria muito proveitoso que o leitor, antes de prosseguir, tentasse resolver o item!

Solução 1: Como $a + b + 10 = 40$, então, $a + b = 30$, e a área do triângulo, pelo item 1, é

$$\frac{ab\operatorname{sen}30°}{2}=\frac{a(30-a)\cdot\frac{1}{2}}{2}=\frac{a(30-a)}{4}$$

Vemos que essa área é uma função quadrática da medida a, cujo máximo é atingido em $a = 15$ (portanto, $b = 15$ e o triângulo de área máxima é isósceles). Assim, a área máxima será $\frac{15(30-15)}{4}=\frac{225}{4}$.

Alguns poucos candidatos apresentaram, parcial ou integralmente, a solução 2 a seguir: