GENERALIZANDO OS TERNOS PITAGÓRICOS

João Francisco da Silva Filho e Manfinapul Armando Blez

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira – Unilab
Instituto de Ciências Exatas e da Natureza – Icen
e-mail: joaofilho@unilab.edu.br / armandoblez@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

Os ternos pitagóricos (ou *números pitagóricos*) são números naturais que satisfazem a equação quadrática $x^2 = y^2 + z^2$, (1.1) cuja denominação foi inspirada no Teorema de Pitágoras, já que a equação quadrática acima é satisfeita pelas medidas dos lados de qualquer triângulo retângulo. Dados um terno pitagórico (x, y, z) e um número $k \in \mathbb{N}$, obtém-se que (kx, ky, kz) é também um terno pitagórico, e, nesse caso, dizemos que os ternos são equivalentes. Observa-se ainda que ternos pitagóricos equivalentes estão associados a triângulos semelhantes, ou seja, triângulos que possuem lados correspondentes com medidas proporcionais.

Deve-se ressaltar que um terno pitagórico é chamado de primitivo, quando suas coordenadas são formadas por números naturais relativamente primos (ou seja, primos entre si). Na obra *Os Elementos*, Euclides (c. 300 a.C.) caracterizou os ternos pitagóricos, mostrando que existem infinitos e apresentando uma forma simples de construí-los. Mais precisamente, Euclides verificou que tomando $a, b \in \mathbb{N}$ com $a > b$, tem-se que $x = a^2 + b^2$, $y = a^2 - b^2$ e $z = 2ab$ constituem um terno pitagórico, e tais expressões fornecem todos os ternos pitagóricos primitivos possíveis.

No presente trabalho, vamos utilizar a *Lei dos cossenos* para estender a noção de terno pitagórico, mostrando explicitamente que a partir de um ângulo não