Em classe

LOGARITMOS PODEM SER IGUAIS AOS SEUS LOGARITMANDOS?

Felix Horácio Munoz Muniz Junior

Ao final de uma aula sobre funções logarítmicas, lecionada em uma turma preparatória para os exames vestibulares do IME e do ITA, no Colégio Bernoulli de Belo Horizonte, foi esboçado o gráfico da função $f:\mathbb{R}_{+}^{*} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = log_a x$, para o caso $a > 1$. O gráfico foi construído considerando a seguinte propriedade: dada uma função f inversível, os gráficos de f e de sua inversa f^{-1} são simétricos em relação à reta $y = x$. Uma vez que a função logarítmica havia sido definida como a inversa da função exponencial (conteúdo que já havia sido trabalhado com os alunos), os gráficos foram esboçados da maneira usualmente apresentada nos livros de ensino médio, conforme a figura 1.

Após a apresentação da figura 1 no quadro-negro (atualmente branco), a excelente aluna Clarissa Domingues Braga questionou se havia alguma base $a > 1$, tal que os gráficos de $f(x) = log_a x$ e $f^{-1}(x) = a^x$ intersectam a reta $y = x$. Na incerteza da resposta e considerando que o sinal do término das aulas havia tocado, a questão foi deixada para a aula seguinte. Observe que, haver interseção para as curvas $y = a^x$ e $y = x$ significa existir uma base $a > 1$ tal que a equação $a^x = x$ tenha solução. Alternativamente, pode-se escrever essa equação como $log_a x = x$, o que motivou o título deste artigo.

Após a aula, ainda no caminho de casa, observei por meio de casos particulares que a resposta à pergunta feita por Clarissa era afirmativa (tome, por exemplo, $a = \sqrt{2}$ e $x = 2$).