



DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 47 DE OS ELEMENTOS USANDO A PROPOSIÇÃO 48

ADOLFO LUIZ BRAUCKS VIANNA
MESTRE EM MATEMÁTICA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

INTRODUÇÃO

Na célebre obra com que se imortalizou, Os Elementos, o matemático grego Euclides de Alexandria prova o mais conhecido resultado da Geometria Plana, o teorema de Pitágoras, que recebe no livro a denominação “Proposição 47”. Euclides emprega em sua demonstração um raciocínio brilhante que passa pelo conceito de área, a partir de algumas construções auxiliares sobre a figura de um triângulo retângulo. A seguir, vale-se do teorema de Pitágoras para provar sua recíproca, que chama de “Proposição 48”. Essas duas Proposições (47 e 48) encerram o primeiro dos treze livros (ou tomos) em que se divide o monumental trabalho.

Neste artigo pretendo demonstrar que se pode fazer exatamente o oposto. O que incutiu em mim a motivação para escrevê-lo foi a curiosidade, inerente aos jovens, manifestada em certa ocasião por um aluno, que perguntou, durante a aula em que contava que Euclides tinha usado o teorema de Pitágoras para provar a sua recíproca.

— Professor, e se ele quisesse fazer o contrário? Também teria conseguido?

O que vem a seguir é uma resposta a essa indagação. Iniciamos com uma prova “autônoma” da Proposição 48 de Os Elementos, que não depende do teorema de Pitágoras, e, em seguida, demonstramos a Proposição 47 utilizando o resultado descrito na Proposição 48.